

La Matematica fra percezione visiva e neuroscienza

Giovanna Citti

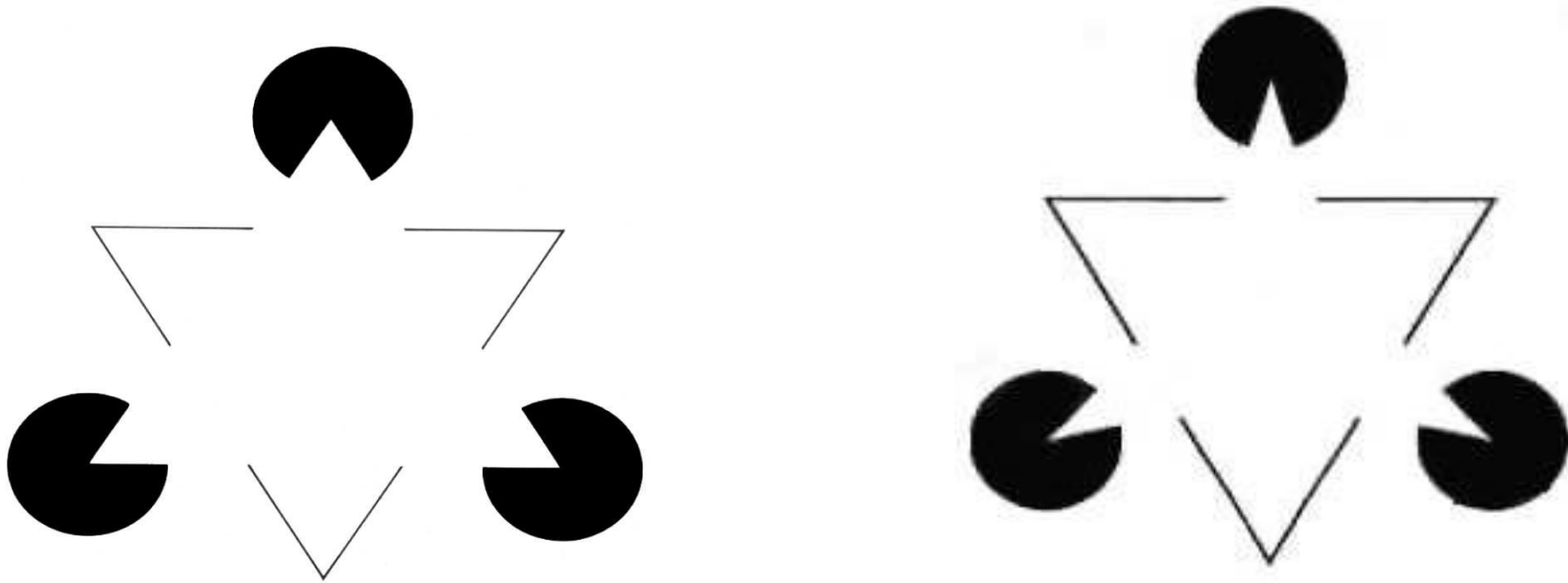
lavoro svolto in collaborazione con A. Sarti
Università di Bologna

Gruppo interdipartimentale di Neuromatematica
Progetto europeo GALA

Bologna ottobre 2007



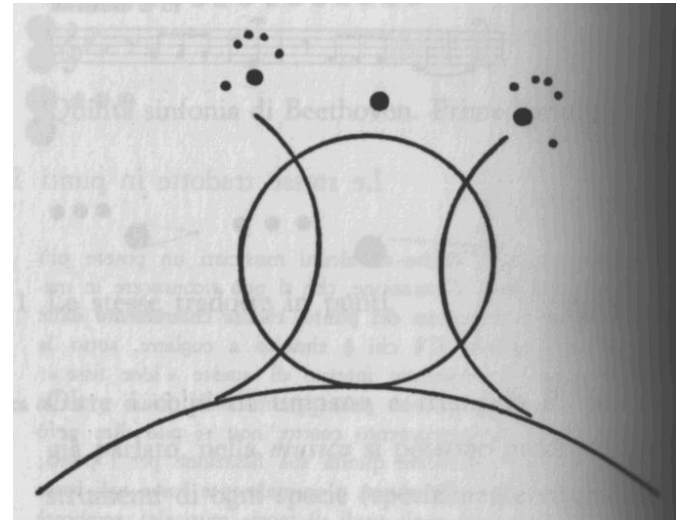
Fenomeni di completamento percettivo



Il triangolo di Kanitza.
Formazione di contorni e di superfici soggettive



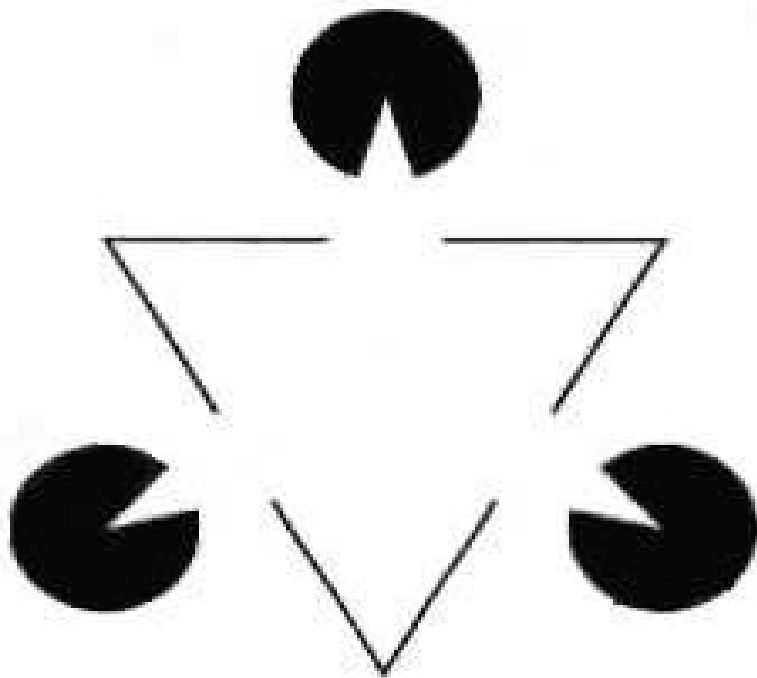
Punto, Linea, Superficie di Kandinskij



Lo skeleton



Un modello fenomenologico di completamento



Fra tutte le curve
con estremi fissati
e direzioni fissate agli estremi,
quella ottimale minimizza

$$\min_{\gamma} \int_{\gamma} \sqrt{1 + k^2}$$

La corteccia visiva V1

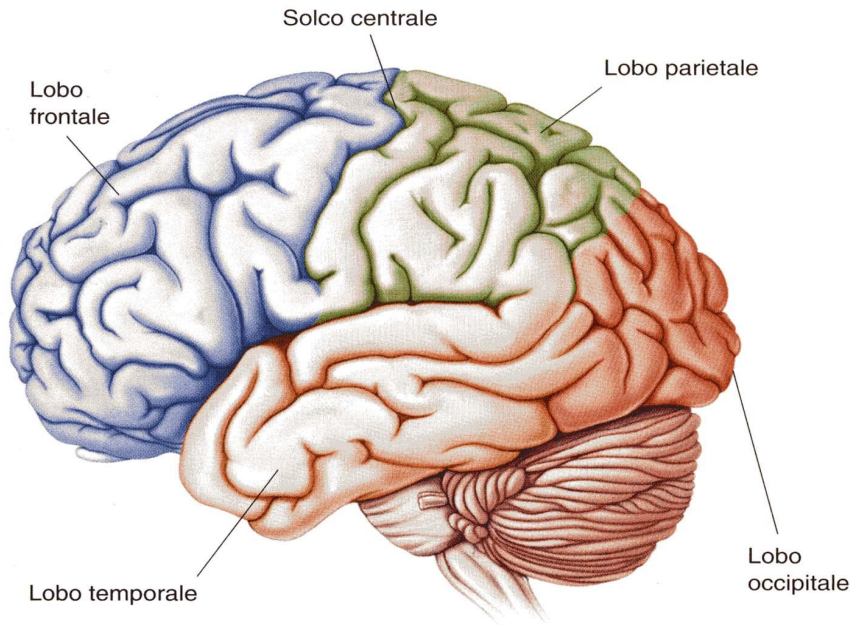
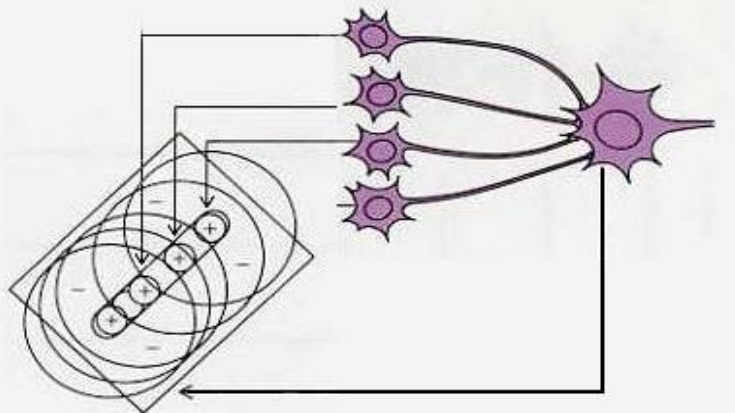


Figura 7.22
I lobi dell'encefalo.

- **Le cellule semplici dispari** sono selettive alla posizione e alla direzione dei bordi



- **Le cellule semplici pari** sono selettive alla posizione, alla direzione e alla distanza dai bordi

La connettività orizzontale



Il segnale visivo è propagato lungo le connessioni orizzontali, che connettono fra loro diverse cellule dello stesso tipo.

Questa propagazione è alla base dei completamenti e della formazione dello skeleton?

Dalla struttura neurofisiologica ai fenomeni percettivi attraverso la modellazione matematica

- La psicologia percettiva e la neurofisiologia individuano fenomeni 'analoghi'.
- La modellazione matematica e il lavoro interdisciplinare deduce i fenomeni macroscopici di percezione visiva alla luce del comportamento microscopico delle cellule corticali
- La matematica riscopre il ruolo di linguaggio della scienza

La geometria della corteccia



La geometria è lo studio delle curve dello spazio.

Il segnale viene diffuso lungo gli assoni delle cellule. Si tratta di curve che definiscono una geometria **non euclidea**.

La struttura si dice

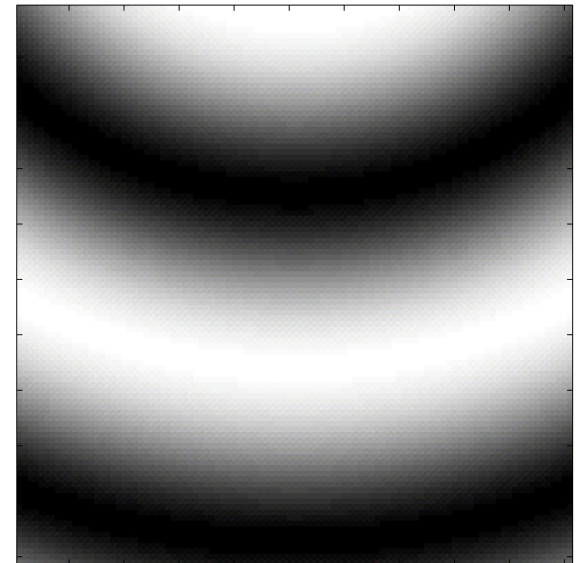
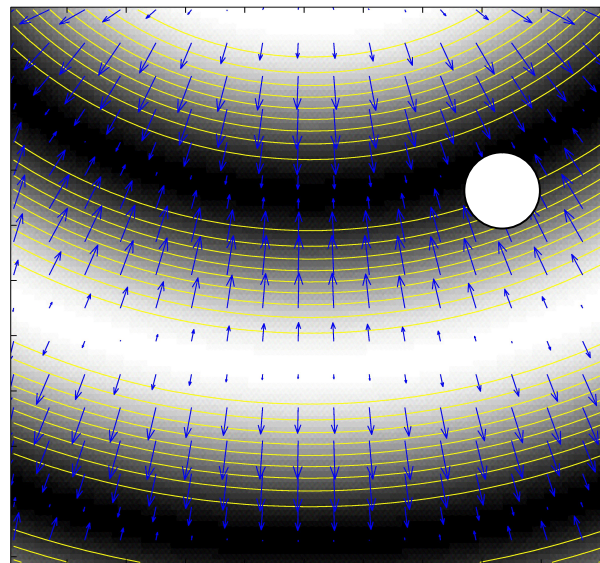
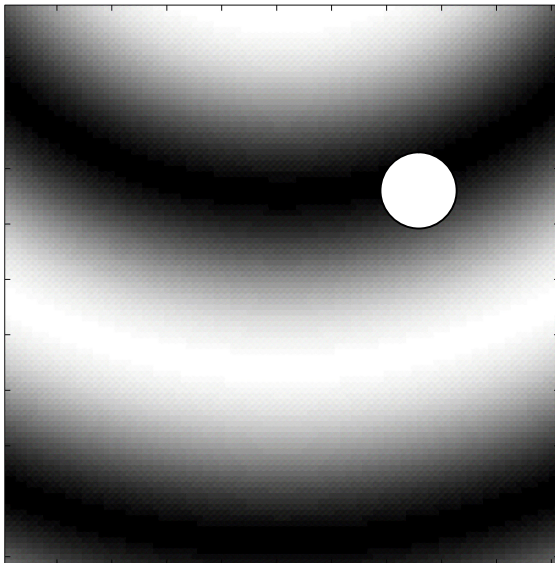
- di contatto se generata dalle sole direzioni (per le cellule dispari)
- simplettica se generata dalle direzioni e distanza (per le cellule pari)

Il modello per le cellule disperi

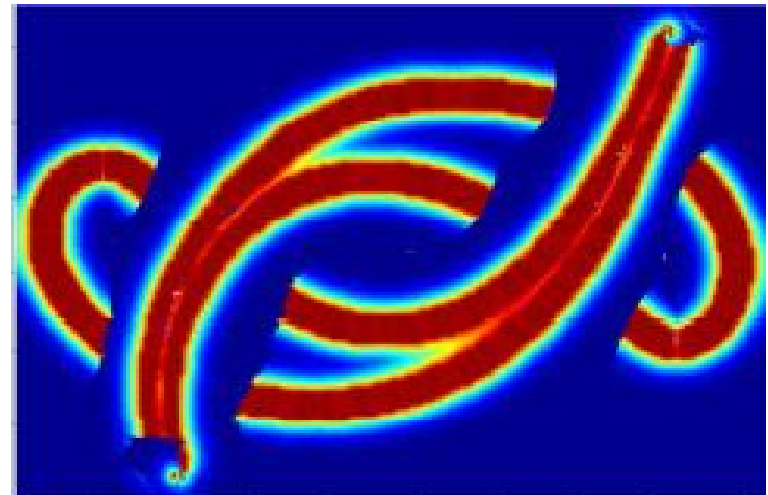
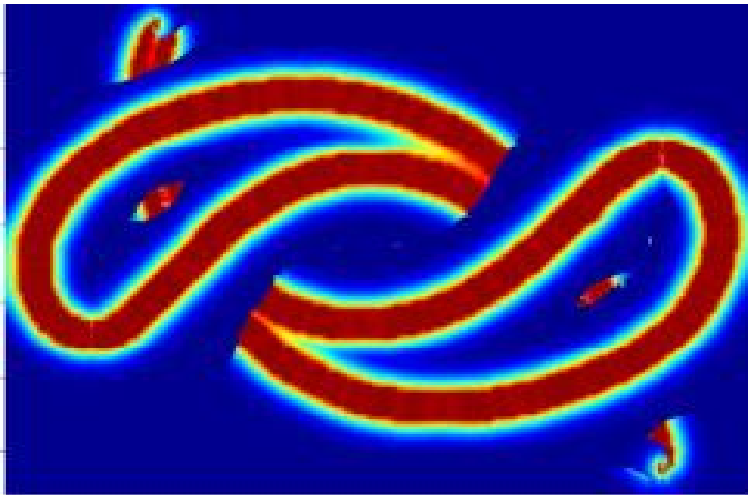
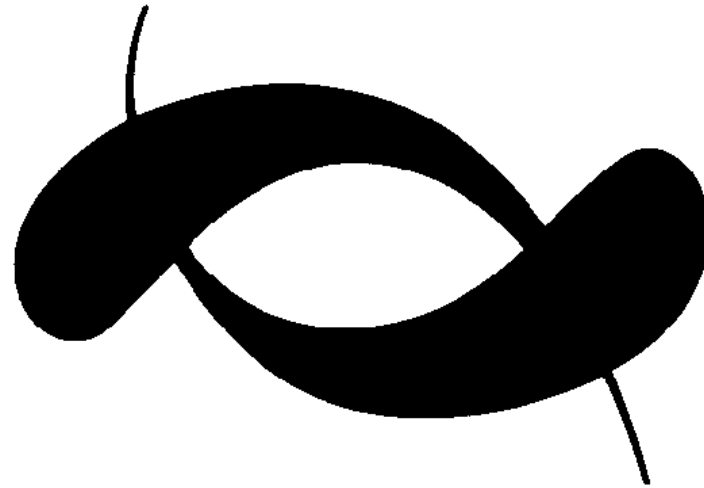
- La diffusione nella struttura geometrica è espressa da un'equazione differenziale

$$u_t = X_1 \left(\frac{X_1 u}{|\nabla_X u|} \right) + X_2 \left(\frac{X_2 u}{|\nabla_X u|} \right).$$

Viene giustificato il completamento percettivo



Esempio di completamento



Il modello per le cellule pari

Lo strumento matematico è flessibile e si applica a famiglie diverse di cellule.

Con la geometria delle cellule pari, si giustifica la formazione dello skeleton

